Brojevni sustav je način zapisivanja brojeva i njihovog tumačenja. U uporabi je **položajni brojevni sustav**. To je sustav kod kojeg položaj znamenke u zapisu određuje njezinu vrijednost. Svaki je brojevni sustav određen vlastitim skupom znamenaka, a ukupan broj različitih znamenaka naziva se **bazom brojevnog sustava**. Baza brojevnog sustava se obično zapisuje kao indeks nakon samog broja (zapis 102_{10} označava da je broj 102 zapis u dekadskom brojevnom sustavu; zapis 101010001_2 označava broj za- pisan u binarnom brojevnom sustavu).

Brojevni sustav kojim svakodnevno radimo jest **dekadski** brojevni sustav. Osnova tog brojevnog sustava je broj **10**, a za zapis se koriste znamenke **0..9**.

Binarni brojevni sustav ima bazu **2**, a koriste se znamenke **0** i **1**. **Oktalni** brojevni

sustav ima bazu **8**, a koriste se znamenke **0..7**.

Heksadekadski brojevni sustav ima bazu **16**, a koriste se znamenke **0..9, A..F** (A= 10, B= 11, ..., F= 15).

Primjetimo - znamenke koje se koriste u nekom brojevnom sustavu su od 0 do (baza-1).

U svakom brojevnom sustavu vrijedi da svaka znamenka u nizu ima jedin- stvenu **težinsku vrijednost**. Težinska se vrijednost svake znamenke dobije na način da se osnova brojevnog sustava potencira eksponentom čija vrijed- nost ovisi o položaju znamenke. Krajnje desni eksponent ima vrijednost 0, predzadnji ima 1, itd...

Primjer:

$6457_{10} = 6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

$10110_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$

$23A5_{16} = 2 \cdot 16^3 + 3 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0$

Preračunavanje iz dekadskog i u dekadski bro- jevni sustav

Preračunavanje broja u dekadski sustav je jako jednostavno - načelom ras- tavljanja broja na težinske vrijednost moguće je svaki broj iz bilo kojeg bro- jevnog sustava pretvoriti u njegovu dekadsku protuvrijednost.

Primjer:

$1010_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 10_{10}$

$102_8 = 1 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 = 1 \cdot 64 + 0 \cdot 8 + 2 \cdot 1 = 66_{10}$

$AB1_{16} = 10 \cdot 16^2 + 11 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 10 \cdot 256 + 11 \cdot 16 + 1 \cdot 1 = 2737_{10}$

Postupak preračunavanja broja u dekadskom brojevnom sustavu u neki drugi se provodi na slijedeći način: provodimo cjelobrojno dijeljenje, tj. broj koji želimo preračunati dijelimo bazom sustava u koji želimo preračunati broj, pri čemu ostatak pri dijeljenju zapisujemo sa strane. Dalje dijelimo broj koji smo dobili pri dijeljenju sa bazom sustava u koji želimo preračunati broj, te ostatak zapisujemo na mjesto lijevo od znamenke koju smo dobili kao os- tatak pri dijeljenju u prethodnom koraku. Postupak ponavljamo sve dok pri dijeljenju ne dobijemo 0.

Primjer 1:

	OSTATAK
25: 2 = 12	1
12 : 2 = 6	0
6: 2 = 3	0
3 : 2 = 1	1
1 : 2 = 0	1

$25_{10} = 11001_2$

Primjer 2:

	OSTATAK
726 : 16 = 45	6
45 : 16 = 2	13 = D
2 : 16 = 0	2

$726_{10} = 2D6_{16}$

Pretvorba iz binarnog u oktalni i obrnuto

Binarni brojevni sustav ima bazu 2, a oktalni sustav ima bazu $8 = 2^3$. Iz te činjenice slijedi da će jedna znamenke oktalnog sustava zamjeniti tri zna- menke binarnog sustava.

2	8
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Primjeri:

$123_8 = 001010011_2$ = (nule na početku broja možemo odbaciti!) $= 1010011_2$ 7235_8

$= 111010011101_2$

$23410_0 = 010011100001000_2 = 100111000010000_2$

Pretvorba iz binarnog brojevnog sustava u oktalni se provodi na način da zna- menke grupiramo u trojke znamenaka, počevši od krajnje desne. U slučaju da nam krajnje lijeva skupina nema tri znamenke, nadopunjujemo je nu- lama koje stavljamo na početak zapisa. Nakon grupiranja u trojke, iz tablice iščitamo i zapišemo zapis te trojke u oktalnom sustavu.

Primjeri:

$10111101_2 = 10^{1}111^{1}101_2$ = (krajnje lijevi grupu nadopunimo) $= 010^{1}111^{1}101_2 = 275_8$

$1110110111_2 = 001^{1}110^{1}110^{1}111_2 = 1667_8$

$101111011000_2 = 101^{1}111^{1}011^{1}000_2 = 5730_8$

Pretvorba iz binarnog u heksadekadskog i obrnuto

Binarni brojevni sustav ima bazu 2, a heksadekadski sustav ima bazu $16 = 2^4$. Iz te činjenice slijedi da će jedna znamenke heksadekadskog sustava zamjeniti četiri znamenke binarnog sustava.

2	16
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Primjeri:

$10A_{16}$ = 000100001010_2 = (nule na početku broja možemo odbaciti!) = 100001010_2

Pretvorba iz binarnog brojevnog sustava u heksadekadski se provodi na način da znamenke grupiramo u četvorke znamenaka, počevši od krajnje desne. U slučaju da nam krajnje lijeva skupina nema četiri znamenke, nadopunjujemo je nulama koje stavljamo na početak zapisa. Nakon grupiranja u četvorke, iz tablice iščitamo i zapišemo zapis te četvorke u heksadekadskom sustavu.

Primjeri:

$110101000_2 = 1^{1}1010^{1}1000_2$ = (krajnje lijevu grupu nadopunimo!) = $0001^{1}1010^{1}1000_2 = 1A8_{16}$

$101110111011_2 = 1011^{1}1011^{1}1011_2 = BBB_{16}$

Binarno zbrajanje

Zbrajanje dvaju bitova provodi se po pravilima za zbrajanje dvaju bitova:

0 + 0	= 0
0 + 1	= 1
1 + 0	= 1
1 + 1	= 0 i 1 dalje

Prijenos (1 dalje) se prenosi na susjedni stupac sa lijeve strane.

Pogledajmo kako ti izgleda na primjeru:

Primjer 1:

prijenos	1	1		1	1	
		1	1	0	1	1
+			1	0	1	1
=	1	0	0	1	1	0

Promotrimo stupac po stupac, sa desne na lijevo!

1 + 1 = 0 (prenosimo 1)

1 + 1 = 0 (prenosimo 1) +1 (koju smo prenijeli!) = 1

0 + 0 = 0 + 1 (koju smo prenijeli!) = 1

1 + 1 = 0 (prenosimo 1)

1 + 1 (koju smo prenijeli!) = 0 (prenosimo 1)

Primjer 2:

prijenos	1	1	1	1			
		1	1	1	1	0	0
+				1	1	1	0
=	1	0	0	1	0	1	0

Postupak računanja je analogan prijašnjem primjeru!

Binarno oduzimanje

Oduzimanje brojeva se može svesti na zbrajanje metodom dvojnog komplementa. Da bi to bilo moguće, umanjitelj moramo pretvoriti u negativan broj.

Primjerice, $5 - 3 = 5 + (-3)$

Negativni se brojevi u binarnom sustavu predočuju pomoći dvojnog komplementa. Postupak dobivanja dvojnog komplementa je slijedeći:

- Umanjenik i umanjitelj treba svesti na jednaki broj znamenaka na način da se umanjitelju doda s lijeve strane potreban broj nula
- Svaku 0 umanjenika treba pretvoriti u 1, a svaku 1 u 0 (tako dobiveni broj se zove **komplement broja**)
- Komplementu treba pribrojiti 1 (tako dobiveni broj se zove **dvojni komplement**)

Zbrojimo umanjenik i dvojni komplement, te odbacimo krajnje lijevu 1 da bi rezultat bio ispravan. Time je binarno oduzimanje gotovo.

Primjer:

Izračunajmo: $11011_2 - 1011_2$

Prvo primjetimo da umanjenik ima 5 znamenaka, a umanjitelj 4. Stoga treba umanjitelja dopuniti sa 0: 01011_2.

Komplement tog broja je 10100_2, a dvojni komplement je $10100_2 + 1_2 = 10101_2$.

Zbrojimo sada umanjenika i dvojni komplement: $11011_2 + 10101_2$. Na kraju još samo odbacimo krajnje lijevu 1 da bismo dobili ispravan rezultat!

prijenos		1	1	1	1	1	
umanjenik			1	1	0	1	1
dvojni komplement	+		1	0	1	0	1
=		1	1	0	0	0	0
RAZLIKA			1	0	0	0	0

Zadaci za vježbu

1. Rastavi brojeve na težinske vrijednosti i preračunaj u dekadski sustav:

1. 325_8
2. 100010_2
3. 542_8
5. $BA1_{16}$

2. Preračunaj brojeve iz dekadskog sustava u traženi sustav:

1. 723_{10}, u bazu 2
2. 1234_{10}, u bazu 8
3. 120_{10}, u bazu 16
4. 321_{10}, u bazu 2
5. 15423_{10}, u bazu 16

3. Preračunaj brojeve iz binarnog u oktalni i obrnuto:

1. 10011_2
2. 1110011_2
3. 561_8
4. 1002_8
5. 111_2

4. Preračunaj brojeve iz binarnog u heksadekadski i obrnuto:

1. 10001_2
2. 11110_2
3. $AC0_{16}$
4. $5DA_{16}$
5. 11_2

5. Preračunaj brojeve iz heksadekadskog sustava u oktalni i obrnuto:

1. $AB1_{16}$
2. 124_{16}
3. 320_8
4. 1000_{16}
5. 2117_8

6. Izračunaj:

1. $10001_2 + 11001_2$
2. $11001_2 + 1001_2$
3. $111001_2 + 11111_2$
4. $11011_2 + 10010_2$
5. $10101_2 + 10101_2$

7. Izračunaj:

1. $1110_2 - 110_2$
2. $10010_2 - 111_2$
3. $10101_2 - 1011_2$
4. $1001_2 - 10_2$
5. $11000_2 - 1111_2$

Rješenja:

1. 1. $213_{(10)}$ 2. $354_{(10)}$ 3. $345_{(10)}$ 4. $2977_{(10)}$
2. 1. $101101_{(2)}$ 2. $2322_{(8)}$ 3. $78_{(16)}$ 4. $101000001_{(2)}$ 5. $3C3F_{(16)}$
3. 1. $23_{(8)}$ 2. $163_{(8)}$ 3. $1\ 0111\ 0001_{(2)}$ 4. $10\ 0000\ 0010_{(2)}$ 5. $7_{(8)}$
4. 1. $11_{(16)}$ 2. $1E_{(16)}$ 3. $11\ 1010\ 1100\ 0000_{(2)}$ 4. $100\ 0101\ 1101\ 1010_{(2)}$ 5. $3_{(16)}$
5. 1. $5\ 261_{(8)}$ 2. $444_{(8)}$ 3. $D0_{(16)}$ 4. $10\ 000_{(8)}$ 5. $44F_{(16)}$
6. 1. $10\ 1010_{(2)}$ 2. $10\ 0010_{(2)}$ 3. $101\ 1000_{(2)}$ 4. $10\ 1101_{(2)}$ 5. $10\ 1010_{(2)}$
7. 1. $1000_{(2)}$ 2. $1011_{(2)}$ 3. $1010_{(2)}$ 4. $111_{(2)}$ 5. $1001_{(2)}$